การวิเคราะห์ส่วนประกอบสำคัญ

Principal Components Analysis

ชัยลิขิต สร้อยเพชรเกษม*

บทคัดย่อ

การวิเคราะห์ส่วนประกอบสำคัญเป็นการย่อเมตริกซ์สหสัมพันธ์ที่มีความซับซ้อนให้ง่ายต่อการอธิบาย และเป็นวิธีหนึ่งของการวิเคราะห์องค์ประกอบ เพราะส่วนประกอบ(Component) นั้นเป็นองค์ประกอบที่แท้จริง (Real factor) ซึ่งได้จากการคำนวณจากเมตริกซ์สหสัมพันธ์โดยตรง จุดมุ่งหมายของการวิเคราะห์ส่วนประกอบสำคัญ คือการที่สามารถกะประมาณเมตริกซ์สหสัมพันธ์ โดยการหาไอเกนเวคเตอร์ และค่าไอเกน ค่าทั้งสองค่านี้ได้มาจากการคำนวณซ้ำๆ เวคเตอร์จะถูกลองใช้ และทดสอบเปรียบเทียบกันตามเกณฑ์ เวคเตอร์แรกจะคำนวณปรับเป็นเวคเตอร์ที่สองเพื่อเปรียบเทียบกัน กระทำเช่นนี้เรื่อยไปจนกระทั่งพบความสอดคล้องกันระหว่างเวคเตอร์ และเวคเตอร์สุดท้ายจะเป็นไอเกนเวคเตอร์แรกของเมตริกซ์ ซึ่งส่วนประกอบสำคัญส่วนแรกจะถูกสกัดออกมาจากผลคูณระหว่างรากที่สองของค่าไอเกน กับค่าแต่ละค่าในไอเกนเวคเตอร์เป็นค่าน้ำหนักองค์ประกอบของแต่ละตัวแปรที่สัมพันธ์กับองค์ประกอบ หรือส่วนประกอบนั้น ส่วนประกอบสำคัญส่วนแรกนี้คือ องค์ประกอบทั่วไปที่อธิบายความแปรปรวนในเมตริกซ์สหสัมพันธ์ได้มากที่สุด ส่วนประกอบสำคัญที่สกัดออกมาทุกๆส่วน แสดงให้เห็นว่าความแปรปรวนทั้งหมดในเมตริกซ์สหสัมพันธ์นั้นอธิบายได้ด้วยผลรวมค่าเฉลี่ยของค่าน้ำหนักองค์ประกอบกำลังสองในแต่ละส่วนประกอบ และสัดส่วนของความแปรปรวนในเมตริกซ์จะอธิบายได้ด้วยส่วนประกอบต่างๆนั้น

คำสำคัญ : ส่วนประกอบสำคัญ องค์ประกอบ ไอเกนเวคเตอร์ ค่าไอเกน น้ำหนักองค์ประกอบ

Abstract

Principal components analysis is one method of condensing to simplify a complex matrix of correlation for explanation and one method of factor analysis because the components are real factors which derived directly from the correlation matrix. The aim of principal components analysis is to be able to estimate the correlation matrix by finding eigenvectors and eigenvalues. The eigenvectors and eigenvalues are derived by an iterative solution. A vector is tried out and tested versus a criterion set of values. The trial factors are modified to produce a second vector and so on until the solution converges, the final is successive vector or the first characteristic vector of the

---

* อาจารย์ประจำภาควิชาการประเมินผลและวิจัย คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ

matrix. The first principal component will be extracted by multiplying the elements in the first characteristic vector by the square root of eigenvalue, the factor loadings are obtained. There is a large general factor accounting for the correlation matrix. All components(factors) are extracted, it shows that all variance is explained by the sum of the average of the squared loadings on all components, the proportion of variance in the matrix explained by the components.

Keywords : principal components, factor, eigenvectors, eigenvalues, factor loading

บทนำ

การวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงสำรวจ(Exploratory factor analysis)มีรูปแบบทางทฤษฎี(Theoretical model)การวิเคราะห์แตกต่างกันสองกลุ่มซึ่งทำให้หลักวิธีการวิเคราะห์แตกต่างกันไป ในแนวทฤษฎีดั้งเดิม(Classic model) ใช้หลักการวิเคราะห์ส่วนประกอบสำคัญ (Principal components analysis)ในการสกัดองค์ประกอบ ส่วนแนวทฤษฎีใหม่ (Neoclassic model) ใช้หลักการวิเคราะห์องค์ประกอบร่วม(Common factor analysis) แนวทฤษฎีหลังนี้พัฒนามาจากแนวทฤษฎีแรก(Ferketic and Muller, 1990) ดังนั้นการทำความเข้าใจในการวิเคราะห์ส่วนประกอบสำคัญสำหรับวิเคราะห์องค์ประกอบ จะเป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการศึกษาด้านนี้ อย่างไรก็ตามในบทความนี้จะใช้ความหมายของคำ “ส่วนประกอบ”(Component) กับคำ “องค์ประกอบ” (Factor) ในความหมายเดียวกัน(ส่วนประกอบ คือ องค์ประกอบที่แท้จริง (Real Factors) แต่ที่ใช้ความหมายต่างกันเป็นเพราะมีมโนทัศน์ต่างกันในเชิงทฤษฎี ดูคำอธิบายเพิ่มเติมใน Rencher,1995 p.468; Ferketich & Muller,1990 pp.59-60; Kline,1994 p.36, 40,44-45 ; Nunnally,1994 pp.455-457) ในบทความนี้จะนำเสนอเฉพาะการสกัดองค์ประกอบเพื่อให้เห็นภาพการอธิบายเมตริกซ์สหสัมพันธ์เท่านั้น

จุดมุ่งหมายของการวิเคราะห์

จุดมุ่งหมายของการวิเคราะห์องค์ประกอบทั้งหมด คือการอธิบายเมตริกซ์สหสัมพันธ์ (Correlation matrix) ให้ง่ายขึ้น โดยการอธิบายในรูปของตัวแปรที่ลดลง (ทำเมตริกซ์ที่ซับซ้อนให้ง่ายขึ้นโดยการลดตัวแปรในเมตริกซ์) หลายปีต่อมาหลังจาก Spearman ได้ให้พื้นฐานการคำนวณอย่างง่ายไว้เมื่อ ค.ศ. 1904 มีการใช้การคำนวณโดยคอมพิวเตอร์ที่มีประสิทธิภาพมาก และหลายวิธีการของการวิเคราะห์องค์ประกอบได้ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยเช่นกัน อย่างไรก็ตามการวิเคราะห์โดยคอมพิวเตอร์ไม่ได้ช่วยให้ผู้ศึกษาเห็นภาพ และเข้าใจมโนทัศน์ที่สำคัญของการวิเคราะห์เท่าที่ควร การแสดงการวิเคราะห์ที่อธิบายอย่างง่ายโดยค่าสถิติที่ไม่ซับซ้อน จะช่วยแก้ปัญหานี้ได้

จุดมุ่งหมายของการวิเคราะห์ส่วนประกอบสำคัญ คือการที่สามารถกะประมาณ (Estimate)เมตริกซ์ สหสัมพันธ์ และสามารถหาสมการลักษณะเมตริกซ์สหสัมพันธ์(The characteristic equation of the matrix) 2 กลุ่มค่า(Sets of values) คือ

1. ไอเกนเวคเตอร์ (The characteristic vactors of the matrix : Latent vactors : Eigenvactors) ใช้สัญลักษณ์ V_a , V_b ... ตามลำดับ ซึ่งเป็นคอลัมน์หรือแถวของน้ำหนักของแต่ละตัวแปรในเมตริกซ์ ถ้ามี 6 ตัวแปรก็จะมีค่าน้ำหนัก 6 ค่า (Elements) ในแต่ละเวคเตอร์ และมีจำนวน 6 เวคเตอร์(V_a , V_b ... V_f) และค่าน้ำหนักองค์ประกอบ(Factor loading) ที่สอดคล้อง(Corresponding)กับองค์ประกอบต่างๆ คือ F_a , F_b... F_f จะได้มาจากแต่ละค่าของเวคเตอร์คูณด้วยรากที่สองของค่าไอเกน (Eigenvalue)ขององค์ประกอบนั้น

2. ค่าไอเกน(The characteristic roots : Latent roots : Eigenvalues) ใช้สัญลักษณ์ l_a คือ ผลรวมกำลังสองของค่าน้ำหนักองค์ประกอบแต่ละองค์ประกอบ ซึ่งถ้านำมาหาค่าเฉลี่ยจะบอกสัดส่วนของความแปรปรวนที่อธิบายโดยองค์ประกอบนั้น ผลรวมเฉลี่ยดังกล่าวในองค์ประกอบใดมีค่าสูงองค์ประกอบนั้นนั้นก็อธิบายได้มาก องค์ประกอบหรือส่วนประกอบแรกที่ถูกสกัดออกมาจะมีค่านี้สูงที่สุด

เมื่อ ค.ศ. 1933 Hotelling. ได้อธิบายวิธีการวิเคราะห์ไว้ โดยการคำนวณค่าสองค่านี้ ตามวิธีการขั้นตอนดังนี้ (ปรับปรุงจาก Kline, 1994. pp. 31-35)

1. หาเมตริกซ์สหสัมพันธ์ และรวมค่าสัมประสิทธิ์ในเมตริกซ์(Elements) ของแต่ละคอลัมน์ จากตาราง 1 รวมค่าได้ 4 ค่า เป็นเวคเตอร์ คือ U_{a1} ดังนั้น U_{a1} = (1.9, 1.7, 1.8, 1.6)

ตาราง 1 เมตริกซ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรแบบทดสอบ 4 ฉบับ

	IQ	Verbal	Maths	Space
IQ	<u>1.0</u>	0.4	0.3	0.2
Verbal	0.4	<u>1.0</u>	0.2	0.1
Maths	0.3	0.2	<u>1.0</u>	0.3
Space	0.2	0.1	0.3	<u>1.0</u>
Total	1.9	1.7	1.8	1.6

2. ปรับค่า U_{a1} (Normalize U_{a1}) โดยการยกกำลังสอง แต่ละค่าใน U_{a1} แล้วนำมารวมกัน ได้ผลลัพท์เท่าไรแล้วจึงถอดรากที่สองของค่านั้น จากนั้นนำค่าที่ได้ไปหารค่าแต่ละค่าใน U_{a1} จะได้ค่าในเวคเตอร์แรก คือ V_{a1} ดังนี้

$U_{a1} \longrightarrow (1.9^2+1.7^2+1.8^2+1.6^2) = (3.61 +2.89 +3.24 +2.56)$

$= 12.3 = \sqrt{12.3} = 3.51$

$V_{a1} = (1.9/3.51, 1.7/3.51, 1.8/3.51, 1.6/3.51)$

$= (0.54, 0.48, 0.51, 0.46)$

3. หาเวคเตอร์ที่ 2 คือ V_{a2} โดยนำค่าแต่ละค่าใน V_{a1} คูณกับค่าในแต่ละคอลัมน์ในเมตริกซ์สหสัมพันธ์ แล้วนำมารวมกันจะได้ค่าแต่ละค่าในเวคเตอร์ U_{a2}

   ค่าแรก (First element) $= (0.54\times1)+(0.48\times0.4)+(0.51\times0.3)+(0.46\times0.2) = 0.97$

   ค่าที่สอง (Second element)$= (0.54\times0.4)+(0.48\times1)+(0.51\times0.2)+(0.46\times0.1) = 0.85$

   ค่าที่สาม (Third element) $= (0.54\times0.3)+(0.48\times0.2)+(0.51\times1)+(0.46\times0.3) = 0.90$

   ค่าที่สี่ (Fourth element) $= (0.54\times0.2)+(0.48\times0.1)+(0.51\times0.3)+(0.46\times1) = 0.77$

   ดังนั้น $U_{a2} = (0.97, 0.85, 0.90, 0.77)$

4. ปรับค่า U_{a2} โดยคำนวณตามวิธีในข้อ 2 ได้ค่า V_{a2} ดังนี้

$U_{a2} \longrightarrow (0.97^2+0.85^2+0.90^2+0.77^2) = (0.94 +0.72 +0.81 +0.59)$

$= 3.06 = \sqrt{3.06} = 1.75$

$V_{a2} = (0.97/1.75, 0.85/1.75, 0.90/1.75, 0.77/1.75)$

$= (0.55, 0.49, 0.51, 0.44)$

5. เปรียบเทียบค่าแต่ละค่าของ V_{a1} กับ V_{a2} ในตำแหน่งเดียวกันนำมาเปรียบเข้าคู่กัน คือ 0.54 กับ 0.55, 0.48 กับ 0.49, 0.51 กับ 0.51, 0.46 กับ 0.44 จะเห็นได้ว่าค่าคล้ายกันมาก แต่ไม่เหมือนกัน หมายความว่าการเปรียบเทียบนี้ถือเอาความสอดคล้องกัน(Convergence) เป็นเกณฑ์ คือ ความสอดคล้องนี้พิจารณาจากค่าผลรวมกำลังสองของความแตกต่างระหว่างค่าแต่ละคู่ ของสองเวคเตอร์นี้ให้ค่าเข้าใกล้ 0 มากที่สุด ทั้งนี้ต้องน้อยกว่า 0.00001(Kline, 1994. p. 32) ถ้าไม่สอดคล้องต้องหา U_{a3} ต่อไป

6. หาเวคเตอร์ที่ 3 คือ V_{a3} ตามวิธีในข้อ 3

   ค่าแรก (First element) $= (0.55\times1)+(0.49\times0.4)+(0.51\times0.3)+(0.44\times0.2) = 0.98$

   ค่าที่สอง (Second element) $= (0.55\times0.4)+(0.49\times1)+(0.51\times0.2)+(0.44\times0.1) = 0.85$

   ค่าที่สาม (Third element) $= (0.55\times0.3)+(0.49\times0.2)+(0.51\times1)+(0.44\times0.3) = 0.90$

ค่าที่สี่ (Fourth element) = (0.55×0.2)+(0.49×0.1)+(0.51×0.3)+(0.44×1) = 0.75

ดังนั้น U_{a3} = (0.98, 0.85, 0.90, 0.75)

7. ปรับค่า U_{a3} โดยคำนวณเหมือนกับข้อ 2 หรือ ข้อ 4

$$U_{a3} \longrightarrow (\, 0.98^2+0.85^2+0.90^2+0.75^2 \,) = (0.96 +0.72 +0.81 +0.56)$$

$$= 3.05 = \sqrt{3.05} = 1.75$$

$$V_{a3} = (0.98/1.75,\ 0.85/1.75,\ 0.90/1.75,\ 0.75/1.75)$$

$$= (\, 0.56,\ 0.49,\ 0.51,\ 0.43)$$

8. เปรียบเทียบค่าแต่ละค่าของ V_{a2} กับ V_{a3} ตามวิธีในข้อ 5 อย่างไรก็ตามตัวอย่างการอธิบายนี้จะสมมติว่า V_{a2} กับ V_{a3} มีความสอดคล้องกันแล้ว ในการคำนวณจริงจะต้องเปรียบเทียบเวคเตอร์กันอย่างนี้ไปจนกว่าจะมีความสอดคล้องกัน การทำอย่างนี้เรียกว่า Iterative approach characteristic vectors หรือ Iterative solution

9. เมื่อพบความสอดคล้องกันระหว่าง V_{a2} กับ V_{a3} แล้ว V_{a3} จะเป็นเวคเตอร์แรก(The first characteristic vector or Successive vector) ของเมตริกซ์ ส่วน V_{a1} กับ V_{a2} เรียกว่า Trial vectors เมื่อคำนวณรากที่สองของผลรวมกำลังสองของค่าใน U_{a3} ค่าที่ได้นั้นคือ ค่าไอเกน (Eigenvalue : l_a : The First characteristic root =1.75) ค่าไอเกนนี้จะมีค่าตั้งแต่ 0 ขึ้นไป ไม่มีค่าเป็นลบ และจะคำนวณค่าน้ำหนักองค์ประกอบ(Factor loading values)ได้โดยการนำค่าใน V_{a3} คูณกับรากที่สองของค่าไอเกน ดังนั้นส่วนประกอบสำคัญส่วนแรก (The first principal component) จะถูกสกัดออกมา ดังตาราง 2 ซึ่งแสดงให้เห็นองค์ประกอบทั่วไป ที่อธิบายความแปรปรวนได้มากที่สุดในเมตริกซ์ (A large general factor) กล่าวคือ กำลังสองของค่าน้ำหนักองค์ประกอบเมื่อนำมาเฉลี่ย (The average of the squared loading) จะเป็นค่าที่อธิบายความแปรปรวนขององค์ประกอบที่ 1 ในเมตริกซ์สหสัมพันธ์คือ 1.74/4=43% (43.5%) และแปลความหมายได้ว่า องค์ประกอบที่ 1 อธิบายความแปรปรวนในเมตริกซ์สหสัมพันธ์ ได้ 43 % โดยทั่วไปเมื่อสกัดองค์ประกอบสำคัญจนครบแล้วจะเรียกตาราง 2 นี้ว่า ตารางเมตริกซ์องค์ประกอบดั้งเดิม(Original factor matrix) หรือ เมตริกซ์องค์ประกอบที่ยังไม่ได้ทำการหมุนแกน (Unrotated factor matrix)

ตาราง 2 แสดงส่วนประกอบสำคัญส่วนแรก(The first principal component)

ตัวแปร	**ค่าน้ำหนักของตัวแปรในองค์ประกอบที่ 1**	h^2
IQ	0.74	0.55
V	0.65	0.42
M	0.67	0.45
S	0.57	0.32
ค่าไอเกน	1.74*	

* ค่าที่แท้จริงเมื่อ Iterative solution จนพบความสอดคล้องคือ 1.76 และค่า 1.74 นี้ยังคลาดเคลื่อนจาก 1.75 (ที่คำนวณในข้อ 7) เนื่องจากการปัดทศนิยม

10. การหาส่วนประกอบสำคัญที่ 2 (The second principal component) ดำเนินการเหมือน ข้อ 1-9 คือการหาไอเกนเวคเตอร์ ค่าไอเกน และค่าน้ำหนักองค์ประกอบ ทำให้ V_b มีความสอดคล้องกันในที่สุด อย่างไรก็ตาม ไอเกนเวคเตอร์ และค่าไอเกน เหล่านี้ไม่ได้สกัดมาจากเมตริกซ์สหสัมพันธ์เดิม(ตาราง 1) แต่จะสกัดมาจากเมตริกซ์เศษเหลือ (Residual matrix) จากการสกัดองค์ประกอบแรกแล้ว นั่นคือสิ่งที่แสดงให้เห็นความหมายขององค์ประกอบที่สามารถอธิบายความแปรปรวนต่างๆในเมตริกซ์สหสัมพันธ์

11. การหาเมตริกซ์เศษเหลือนั้นค่าสัมประสิทธิ์ที่เป็นเศษเหลือ จะมีความสอดคล้องกับค่าในเมตริกซ์เดิม กล่าวคือ เมื่อเรานำค่าน้ำหนักองค์ประกอบของตัวแปรแต่ละคู่เท่าที่เป็นไปได้ทั้งหมด (All possible pairs of variables : 16 pairs) คูณกัน จะได้ค่าทั้งหมด 16 ค่า คือเมตริกซ์คืนรูป (Matrix of cross products: ตาราง 4) และค่าในแนวทแยง ก็คือค่ากำลังสองของค่าน้ำหนักองค์ประกอบ หรือค่าการร่วม (h^2)หลังจากสกัดองค์ประกอบแรก เมื่อได้ค่าในเมตริกซ์คืนรูปแล้วให้นำเอาค่าที่ได้ไปลบออกจากค่าในเมตริกซ์สหสัมพันธ์เดิม จากนั้นนำผลที่ได้สร้างเมตริกซ์เศษเหลือ(ตาราง 5) แสดงการคำนวณดังนี้

ตาราง 3 ค่าในเมตริกซ์คืนรูป(Elements of the matrix of cross products)

คู่ของตัวแปร	ค่าผลคูณ
IQ-V	0.74x0.65 = 0.48
V-IQ	0.65x0.74 = 0.48
M-IQ	0.67x0.74 = 0.50
S-IQ	0.57x0.74 = 0.42
....	....
IQ-M	0.74x0.67 = 0.50
V-M	0.65x0.67 = 0.44
M-V	0.67x0.65 = 0.44
S-V	0.57x0.65 = 0.37
....	....
IQ-S	0.74x0.57 = 0.42
V-S	0.65x0.57 = 0.37
M-S	0.67x0.57 = 0.38
S-M	0.57x0.67 = 0.38
....	....
IQ-IQ (Diag)	0.74x0.74 = 0.55
V-V (Diag)	0.65x0.65 = 0.43
M-M (Diag)	0.67x0.67 = 0.45
S-S (Diag)	0.57x0.57 = 0.32

นำผลคูณจากตาราง 3 สร้างเมตริกซ์คืนรูป และเมตริกซ์เศษเหลือ ดังนี้

ตาราง 4 เมตริกซ์คืนรูป (The matrix of cross products)

	IQ	V	M	S
IQ	<u>0.55</u>	0.48	0.50	0.42
V	0.48	<u>0.43</u>	0.44	0.37
M	0.50	0.44	<u>0.45</u>	0.38
S	0.42	0.37	0.38	<u>0.32</u>

ตาราง 5 เมตริกซ์เศษเหลือ (Residual matrix: R_1)

	IQ	V	M	S
IQ	**0.45**	-0.08	-0.20	-0.22
V	-0.08	**0.57**	-0.24	-0.27
M	-0.20	-0.24	**0.55**	-0.08
S	-0.22	-0.27	0.08	**0.68**

แต่ละค่าในแนวทแยงเป็นความแปรปรวน(Variance)ที่เหลือจากที่องค์ประกอบแรกแบ่งออกไป ดังนั้นถ้าเราตรวจสอบเมตริกซ์เศษเหลือจะพบว่า องค์ประกอบแรกถูกอธิบายได้ด้วยความแปรปรวนของ IQ=55%, V=43%, M=45%, S=32% หรือตัวแปรเหล่านี้มีส่วนอยู่ในความแปรปรวนขององค์ประกอบแรกเป็นจำนวนร้อยละเท่านั้นๆ ลักษณะดังกล่าวแสดงให้เห็นความหมายขององค์ประกอบอธิบายความแปรปรวนในเมตริกซ์สหสัมพันธ์ องค์ประกอบแรกนี้เรียกว่า ความสามารถทั่วไป(General ability or Intelligence Factor) ซึ่งอธิบายความแปรปรวนได้มากที่สุด ดังนั้นองค์ประกอบที่เหลือจึงอธิบายความแปรปรวนได้น้อยลงไปเพราะจะอธิบายในส่วนที่เป็นค่าเศษเหลือจากองค์ประกอบแรกเท่านั้น

ส่วนค่าอื่นๆ ในเมตริกซ์เศษเหลือนั้นเป็นส่วนแบ่งของความแปรปรวนร่วม (Covariance)ระหว่างตัวแปร หรือเป็นความแปรปรวนร่วมที่องค์ประกอบแรกแบ่งออกไป และแต่ละองค์ประกอบก็จะแบ่งค่าสัมประสิทธิ์ในเมตริกซ์เศษเหลือนี้ไปตามลำดับ และเหลือน้อยลงๆ จนสกัดองค์ประกอบได้ทุกองค์ประกอบ หลักการวิเคราะห์ส่วนประกอบสำคัญเป็นการสกัดองค์ประกอบอย่างแท้จริง แต่ละองค์ประกอบเป็นองค์ประกอบแท้ๆ(Real factors) เพราะสามารถอธิบายความแปรปรวนในเมตริกซ์สหสัมพันธ์เดิม(ที่ใช้ 1 เป็นค่าการร่วม: ตาราง 1)ได้ทั้งหมด (Kline, 1994 p.36) ในขณะที่การวิเคราะห์องค์ประกอบร่วม(Common factor analysis) ไม่เป็นเช่นนั้น เช่น การวิเคราะห์ด้วยวิธีแกนสำคัญ (The principal axes method) ต้องประมาณค่าการร่วมระหว่างตัวแปรก่อน(ค่าในแนวทแยง) ดังนั้นการอธิบายความแปรปรวนในเมตริกซ์สหสัมพันธ์เดิมจึงไม่ใช้ค่า 1 ซึ่งเป็นค่าความเชื่อมั่น(Reliability) มาเป็นค่าเริ่มต้นของการคำนวณ ดังนั้นองค์ประกอบต่างๆ จึงอธิบายเฉพาะค่าการร่วมเท่านั้น ทั้งนี้เป็นไปโดยมีสมมติฐานทางทฤษฎีที่แตกต่างกันดังที่กล่าวนำในบทนำมาแล้ว ในการวิเคราะห์ส่วนประกอบสำคัญนี้ จะได้จำนวนองค์ประกอบเท่ากับจำนวนตัวแปร

เมตริกซ์เศษเหลือจะต้องกลับเครื่องหมายค่าสัมประสิทธิ์ก่อน(Reflection) มีวิธีการดังนี้

1) รวมค่าทุกค่ายกเว้นค่าในแนวทแยงของแต่ละคอลัมน์ แล้วพิจารณากลับเครื่องหมายในคอลัมน์ที่ให้ ค่าผลรวมที่เป็นค่าลบสูงสุด ถ้าค่าใดซ้ำกันในคอลัมน์อื่นต้องเปลี่ยนเครื่องหมายตามด้วย จากนั้นจึงรวมค่าทุกค่าในแต่ละคอลัมน์อีกครั้งหนึ่งยกเว้นค่าในแนวทแยงเช่นเดียวกัน
2) พิจารณากลับเครื่องหมายในค่าผลรวมที่เป็นค่าลบสูงสุดอีก ถ้าค่าใดซ้ำกันในคอลัมน์อื่นต้องเปลี่ยนเครื่องหมายตามด้วยเช่นเดียวกัน พิจารณาอย่างนี้จนค่าผลรวมแต่ละคอลัมน์มีค่าเป็นบวกทั้งหมด

จากตาราง 5 ค่าผลรวมของตัวแปรในคอลัมน์ IQ, V, M,และ S เป็น –0.05, -0.59, -0.36, -0.57 ตามลำดับ คอลัมน์ที่ต้องกลับเครื่องหมายคือคอลัมน์ของตัวแปร V

ตาราง 6 การกลับเครื่องหมายเมตริกซ์เศษเหลือ ครั้งแรก (The first reflected residual matrix)

	IQ	V	M	S
IQ	<u>0.45</u>	0.08	-0.20	-0.22
V	0.08	<u>0.57</u>	0.24	0.27
M	-0.20	0.24	<u>0.55</u>	0.08
S	-0.22	0.27	0.08	<u>0.68</u>
total	-0.34	0.59	0.12	0.13

ตาราง 7 การกลับเครื่องหมายเมตริกซ์เศษเหลือครั้งที่ 2(The second reflected residual matrix)

	IQ	V	M	S
IQ	<u>0.45</u>	-0.08	0.20	0.22
V	-0.08	<u>0.57</u>	0.24	0.27
M	0.20	0.24	<u>0.55</u>	-0.08
S	0.22	0.27	-0.08	<u>0.68</u>
total	0.34	0.43	0.36	0.41

จากตาราง 7 จะเห็นว่าค่าผลรวมไม่มีค่าใดเป็นลบ จึงยุติการกลับเครื่องหมาย และตาราง 7 นี้จะใช้ในการคำนวณหาองค์ประกอบที่ 2 ต่อไป

ตาราง 8 เมตริกซ์เศษเหลือหลังจากกลับเครื่องหมายแล้ว(The reflected residual matrix)

	IQ	V	M	S
IQ	<u>0.45</u>	-0.08	0.20	0.22
V	-0.08	<u>0.57</u>	0.24	0.27
M	0.20	0.24	<u>0.55</u>	-0.08
S	0.22	0.27	-0.08	<u>0.68</u>
total	0.79	1.00	0.91	1.09

12. หาเวคเตอร์ U_{b1} จากตาราง 8 เพื่อหาส่วนประกอบ หรือองค์ประกอบที่ 2 ได้ U_{b1} = (0.79, 1.00, 0.91, 1.09)

13. ปรับค่า U_{b1} (Normalize U_{b1}) โดยการยกกำลังสองของแต่ละค่าใน U_{b1} แล้วนำมารวมกันได้ผลลัพท์เท่าไรแล้วจึงถอดรากที่สองของค่านั้น จากนั้นนำค่าที่ได้ไปหารแต่ละค่าใน U_{b1} จะได้ค่าในเวคเตอร์ V_{b1} ดังนี้

$$U_{b1} \longrightarrow (0.79^2+1.01^2+0.91^2+1.09^2) = (0.62 + 1.02 + 0.83 + 1.19)$$

$$= 3.66 = \sqrt{3.66} = 1.91$$

$$V_{b1} = (0.79/1.91,\ 1.01/1.91,\ 0.91/1.91,\ 1.09/1.91)$$

$$= (0.41,\ 0.53,\ 0.48,\ 0.57)$$

จากขั้นตอนนี้ทำการคำนวณตามข้อที่3-9 จนกระทั่งได้องค์ประกอบที่ 2 จากนั้นจึงหาองค์ประกอบที่ 3 และ 4 เป็นองค์ประกอบสุดท้าย ตามกระบวนการเดิมเป็นอันเสร็จสิ้นการสกัดองค์ประกอบโดยการวิเคราะห์ส่วนประกอบสำคัญ และความแปรปรวนในเมตริกซ์สหสัมพันธ์ทั้งหมดจะอธิบายได้ด้วยผลรวมค่าเฉลี่ยของค่าน้ำหนักองค์ประกอบกำลังสองในแต่ละส่วนประกอบ

สรุป

ในทางปฏิบัติแล้วการวิเคราะห์องค์ประกอบจะใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณ เพราะหากตัวแปรมีจำนวนมาก เช่น 20 หรือ 30 ตัวแปร และอีกทั้งการวิเคราะห์องค์ประกอบต้องอาศัยกลุ่มตัวอย่างเป็นจำนวนมากเท่าที่จะเป็นไปได้ อย่างน้อย 10 เท่าของตัวแปร (Kerlinger,1992 p.593) ย่อมทำให้การคำนวณโดยไม่ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เป็นไปได้ยาก

การเสนอตัวอย่างการวิเคราะห์ในบทความนี้มีความมุ่งหมายที่จะแสดงให้เห็นว่า การวิเคราะห์องค์ประกอบที่ใช้การวิเคราะห์ส่วนประกอบสำคัญนั้น แสดงการอธิบายความแปรปรวนขององค์ประกอบในเมตริกซ์สหสัมพันธ์อย่างไร โดยการใช้วิธีการคำนวณที่ไม่ยุ่งยากซับซ้อนมากนักในการนำเสนอ ซึ่งจะทำให้เห็นมโนทัศน์เบื้องต้นบางประการ สำหรับการศึกษาการวิเคราะห์องค์ประกอบด้วยวิธีการอื่นๆต่อไป

เอกสารอ้างอิง

Kline,P. (1994). An Easey Guide to Factor Analysis. London: Routledge.

Nunnally,J.C. (1994). Psychometric Theory.(3rd ed.). New York: Mcgraw-Hill.

Kerlinger,F.N. (1992). Foundations of Behavioral Research.(3rd ed.). USA: Holt, Rinehart and Winston.

Rancher,A.C. (1995). Method of Multivariate Analysis. New York: John wiley&sons.

Ferketich,S.,&Muller,M. (1990). Factor Analysis Revisited. Nursing Research, 10 (1), 59-62.